

# Liceo Statale – “A. Serpieri” – Rimini

Anno scolastico 2018/2019

## PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA – Classe 1X Liceo Artistico

*Docente: Maria Silvia Galanti*

### ALGEBRA

#### Insiemi Numerici

*Gli insiemi numerici  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ : rappresentazione sulla retta, operazioni e proprietà*

Rappresentazione degli insiemi numerici sulla retta.

- Applicazione delle proprietà delle quattro operazioni e delle potenze.
- Calcolo del valore di un'espressione.
- Trasformazione una frazione in numero decimale finito e in numero periodico e viceversa.
- Ordinamento di due o più frazioni.

*Rapporti e proporzioni: la percentuale*

- Calcolo della percentuale

#### Calcolo letterale

*Espressioni letterali come modelli nei problemi.*

- Traduzione di problemi in espressioni letterali.
- Decodificazione di un'espressione letterale. *Monomi e polinomi*
- Operazioni ed espressioni con i monomi.
- Operazioni ed espressioni con i polinomi.
- Sviluppo di prodotti notevoli (quadrato di un binomio e di un trinomio; cubo di binomio; somma per differenza).
- cosa significa scomporre un polinomio; raccoglimento a fattor comune; riconoscimento di prodotti notevoli; riconoscimento del trinomio caratteristico. MCD, mcm.

### GEOMETRIA

- Geometria euclidea: elementi fondamentali
- Classificazione dei triangoli e relative proprietà
- Congruenza dei triangoli
- Triangolo isoscele e sue proprietà
- Altezza, mediana e bisettrice di un triangolo isoscele
- Rette perpendicolari; piede della perpendicolare;
- distanza punto-retta. Proiezione su una retta assegnata
- Rette parallele; rette parallele tagliate da una trasversale. Criteri di parallelismo
- Teorema della somma degli angoli interni di un triangolo

Per gli alunni con sospensione del giudizio, i livelli minimi da raggiungere fanno riferimento a quanto stabilito nelle intese didattiche:

### **Contenuti essenziali**

- Insiemi numerici  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$  e proprietà delle potenze
- Polinomi: operazioni e prodotti notevoli (quadrato di binomio e somma per differenza), scomposizioni.
- Elementi geometrici fondamentali. I triangoli

### **Abilità e competenze minime**

- Possedere le basi del calcolo in  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$
- Saper operare con i monomi e i polinomi
- Saper utilizzare i seguenti prodotti notevoli: quadrato di binomio, somma per differenza, trinomio speciale.
- Saper scomporre i polinomi con: raccoglimento a fattore comune, prodotti notevoli (quadrato di binomio, differenza tra due quadrati), trinomio speciale.
- Conoscere gli elementi geometrici fondamentali. Conoscere i criteri di congruenza dei triangoli e le proprietà dei triangoli. Saper dimostrare semplici teoremi sulla congruenza di triangolo

Viserba, 07/06/2019

L'insegnante

Gli alunni

Problemi di geometria nel piano

**Esercizi riassuntivi: i numeri razionali relativi**

**517** Dati i tre numeri razionali  $\frac{3}{4}$ ,  $-\frac{5}{8}$ ,  $\frac{5}{4}$ , scrivi i loro opposti e i loro reciproci. Ordina quindi in senso crescente i nove numeri così ottenuti e rappresentali sulla retta.

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

**518**  $\left[(-\frac{2}{3})^6\right]^4 : \left[(-\frac{2}{3})^{10} \cdot (-\frac{2}{3})^{11}\right]$   $[-\frac{8}{27}]$

**519**  $(-\frac{1}{5})^8 : (-\frac{1}{5})^6 + (\frac{1}{10})^7 : \left[(\frac{1}{10})^3\right]^2 + (-\frac{1}{10})^2$   $[\frac{3}{20}]$

**520**  $\left[(\frac{1}{5})^{-1} + (\frac{1}{5})^{-2}\right]^{-3} : (\frac{1}{30})^6$  [30]

**521**  $\left\{\left[(-\frac{2}{3})^5 \cdot (-\frac{2}{3})^4\right]^2 : \left[(+\frac{2}{3})^3\right]^5 + (-\frac{2}{3})^2 + \frac{2}{3}\right\} : \frac{19}{9}$   $[\frac{2}{3}]$

**522**  $\left\{\left[(\frac{5}{7})^4 \cdot (\frac{4}{7})^{-4} \cdot (-\frac{5}{4})^5\right] : \left[(-\frac{5}{4})^4\right]^2 + 1\right\}^3 : (-\frac{1}{2})^5$   $[\frac{1}{2}]$

**523**  $\left\{[(-0,3)^{-4}]^{-3} : [(0,2 \cdot 0,5)^{-5}]^{-1} - \frac{1}{3}\right\}^{-1} + 0,5$  [-4]

Semplifica le seguenti espressioni applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze.

**573**  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^5 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{11}{32}\right]^5 : \left(\frac{1}{4}\right)^3$   $[\frac{1}{16}]$       **585**  $\left[(-\frac{1}{20})^5\right]^3 : \left[(-\frac{1}{20})^2\right]^7 : (-\frac{3}{10})$   $[\frac{1}{6}]$

**574**  $\left[\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - \frac{17}{12}\right)^3\right]^2 : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^2$   $[\frac{1}{9}]$       **586**  $\left\{\left(\frac{1}{5}\right)^0 - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^6\right]^2 : \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^5\right\} : (-\frac{4}{5})^2$   $[\frac{3}{2}]$

**575**  $\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \frac{5}{16}\right]^{11} : \left(\frac{1}{2}\right)^8$   $[\frac{1}{8}]$       **587**  $\left[(-\frac{7}{5}) : (-\frac{35}{10})\right]^8 : \left[\left(\frac{2}{5}\right)^3\right]^2 - (-\frac{21}{25})$  [1]

**576**  $\left(\frac{1}{5}\right)^7 : \left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^2 + \frac{9}{5}$  [2]      **588**  $\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{13} : \left(\frac{1}{4}\right)^{11} + (-\frac{1}{4})^7 : (-\frac{1}{4})^5\right]^{10} : \left(\frac{1}{8}\right)^8$   $[\frac{1}{64}]$

**577**  $(-\frac{2}{5})^7 : \left[(-\frac{2}{5})^2\right]^3 - (-\frac{1}{10})$   $[-\frac{3}{10}]$       **589**  $\frac{[(0,2)^4 \cdot (0,2)^6]^{-1}}{[(-5)^2]^4}$  [25]

**578**  $\left(\frac{1}{15} - \frac{3}{5} + \frac{6}{5}\right)^{12} : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^5$   $[\frac{4}{9}]$       **590**  $\frac{0,2 - (0,2)^{-1}}{0,2 + (0,2)^{-1}}$   $[-\frac{12}{13}]$

Traduci le operazioni descritte in un'espressione numerica e calcolane il valore.

**524** Eleva al quadrato l'opposto di  $\frac{2}{3}$ .  $[\frac{4}{9}]$

**525** Eleva al cubo il reciproco di  $-3$ .  $[-\frac{1}{27}]$

**526** Eleva al quadrato il reciproco di  $-2$ . Somma al risultato ottenuto il doppio del quadrato di  $-\frac{1}{4}$ .  $[\frac{3}{8}]$

**527** Calcola il quoziente tra il quadrato di  $-\frac{1}{8}$  e il cubo di  $-\frac{1}{2}$ .  $[-\frac{1}{8}]$

**528** Scrivi in notazione scientifica il reciproco di  $1,25 \cdot 10^{-4}$ .  $[8 \cdot 10^3]$

Problemi

**614** Per superare un esame, costituito da un test di 490 domande, bisogna aver risposto correttamente ad almeno il 70% di esse. Un candidato ha risposto correttamente a 341 domande. Ha superato la prova? [No]

**615** Fra i partecipanti a un convegno:

- il 40% sono maschi.

**635** Indicati con  $x$  e  $y$ , nell'ordine, due numeri, scrivi le espressioni algebriche che corrispondono alle seguenti espressioni verbali e semplificalle:

- il quadrato della somma tra il primo numero e il doppio del secondo;
- il prodotto tra la differenza dei due numeri, la loro somma e la somma dei loro quadrati;
- la differenza tra il quadrato della somma dei due numeri e la somma dei quadrati dei due numeri;
- la differenza tra il quadrato della somma del primo numero con il doppio del secondo e il doppio del prodotto tra la somma dei due numeri e la somma del primo numero con il doppio del secondo.

[a.  $x^2 + 4xy + 4y^2$ ; b.  $x^4 - y^4$ ; c.  $2xy$ ; d.  $-x^2 - 2xy$ ]

**642** In un trapezio rettangolo l'altezza misura  $4a$ , la misura della base maggiore supera di 1 unità quella dell'altezza e la misura della base minore supera di 1 unità la misura di  $\frac{1}{4}$  dell'altezza. Esprimi tramite un polinomio in forma normale:

- il perimetro del trapezio;
- l'area del trapezio;
- la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati del trapezio.

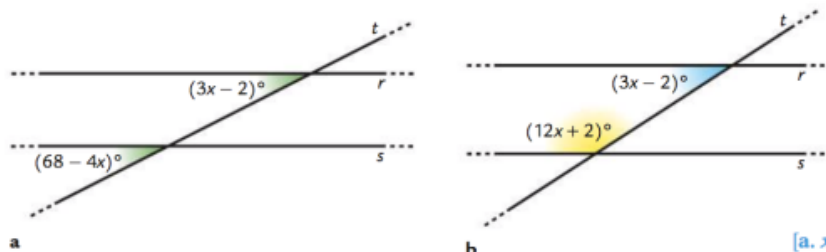
(Suggerimento: ricorda il teorema di Pitagora per calcolare la misura del lato obliquo)

[a.  $14a + 2$ ; b.  $10a^2 + 4a$ ; c.  $58a^2 + 10a + 2$ ]

**407** Due angoli supplementari sono uno  $\frac{1}{5}$  dell'altro. Quali sono le ampiezze dei due angoli?

[ $150^\circ$ ;  $30^\circ$ ]

**408** Sapendo che  $r$  e  $s$  sono parallele, trova il valore di  $x$  nelle seguenti figure.



[a.  $x = 10$ ; b.  $x = 12$ ]

Scomponi in fattori i seguenti polinomi, raccogliendo a fattor comune un monomio.

**1**  $4x^2y^2 - 6x^3y + 8x^2y^3; \frac{15}{4}x^9 - \frac{21}{4}x^6 - \frac{3}{4}x^3.$

$\left[ 2x^2y(2y - 3x + 4y^2); \frac{3}{4}x^3(5x^6 - 7x^3 - 1) \right]$

**2**  $9a^3b^4 - 12a^2b^3 + 3a^2b^2; \frac{20}{3}x^{15} + \frac{10}{3}x^{10} - \frac{5}{3}x^5$

$\left[ 3a^2b^2(3ab^2 - 4b + 1); \frac{5}{3}x^5(4x^{10} + 2x^5 - 1) \right]$

Scomponi in fattori le seguenti espressioni algebriche, raccogliendo a fattor comune un polinomio.

- 1**  $(a-3)(2a-4)-(a-2)(a-3); \quad (2x-3)(x^2+2)+(x^2+2)(-2x+4).$   
 $\left[ (a-3)(a-2); x^2+2 \right]$
- 2**  $(3x+2)(2x+2)-(3x+2)(x+1); \quad (2a^2+b)(b^2+1)+(2a^2+b)(1-b^2).$   
 $\left[ (3x+2)(x+1); 2(2a^2+b) \right]$

Scomponi in fattori con il metodo del raccoglimento parziale

- 1**  $ax^2-ab^2+b^2x-x^3; \quad (y^2-y)^2-7y^2+7y; \quad 2a(x^2+y^2)-(x^2+y^2)b+(b-2a)^2.$   
 $\left[ (a-x)(x-b)(x+b); y(y-1)(y^2-y-7); (2a-b)(x^2+y^2+2a-b) \right]$
- 2**  $4-a^2x^3+2ax-2ax^2; \quad (2a-b)^2-4a^2+2ab; \quad x^2(x+2)+3x^2+6x-4(x+2).$   
 $\left[ (2+ax)(2-ax^2); b(b-2a); (x+2)(x+4)(x-1) \right]$

Scomponi in fattori, dopo aver osservato che ciascun polinomio è la differenza di due quadrati.

- 1**  $a^2-64b^2; \quad 16x^4-y^4; \quad 4-(a-2)^2.$   
 $\left[ (a-8b)(a+8b); (2x-y)(2x+y)(4x^2+y^2); a(4-a) \right]$
- 2**  $36x^2-y^2; \quad a^4-81b^4; \quad (x-3)^2-9.$   
 $\left[ (6x-y)(6x+y); (a-3b)(a+3b)(a^2+9b^2); x(x-6) \right]$

Scomponi in fattori, dopo aver osservato che ciascun polinomio è il quadrato di un binomio.

- 1**  $9x^2-6xy+y^2; \quad \frac{1}{2}a^2+4a+8; \quad (a-3)^2-8(a-3)+16.$   
 $\left[ (3x-y)^2; \frac{1}{2}(a+4)^2; (a-7)^2 \right]$
- 2**  $a^2-8ab+16b^2; \quad \frac{1}{3}x^2+3-2x; \quad 9-6(a+2)+(a+2)^2.$   
 $\left[ (a-4b)^2; \frac{1}{3}(x-3)^2; (a-1)^2 \right]$

Scomponi in fattori, dopo aver scritto ciascun polinomio come la differenza di due quadrati.

- 1**  $3x^2+6xy+3y^2-3; \quad (a+2)^2-b^2-1+2b.$   
 $\left[ 3(x+y+1)(x+y-1); (a+b+1)(a-b+3) \right]$
- 2**  $5a^2-10ab+5b^2-5; \quad (y-3)^2-x^2-4-4x.$   
 $\left[ 5(a-b-1)(a-b+1); (y+x-1)(y-x-5) \right]$

Riconosci nel seguente polinomio il quadrato di un trinomio.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1} & \frac{9}{4}b^2 + \frac{4}{9}a^2 + 3b - 2ab + 1 - \frac{4}{3}a. & \left[ \left( \frac{3}{2}b - \frac{2}{3}a + 1 \right)^2 \right] \\
 \mathbf{2} & \frac{1}{25}x^2 + \frac{25}{4}y^2 - 5y + 1 + xy - \frac{2}{5}x. & \left[ \left( \frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y - 1 \right)^2 \right]
 \end{array}$$

Scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{1} & -27xy^2 - x^3 + 9x^2y + 27y^3; & \frac{1}{54}a^5b^2 - \frac{1}{2}a^2b^5 + \frac{1}{2}a^3b^4 - \frac{1}{6}a^4b^3. \\
 & & \left[ (3y-x)^3; \frac{1}{2}a^2b^2 \left( \frac{1}{3}a-b \right)^3 \right] \\
 \mathbf{2} & -a^3 + 6a^2b - 12ab^2 + 8b^3; & \frac{1}{5}x^4y^3 - \frac{3}{10}x^3y^4 - \frac{1}{40}xy^6 + \frac{3}{20}x^2y^5. \\
 & & \left[ (2b-a)^3; \frac{1}{5}xy^3 \left( x - \frac{1}{2}y \right)^3 \right]
 \end{array}$$

Determina M.C.D. e m.c.m. dei seguenti polinomi

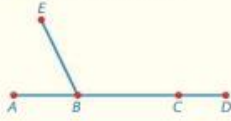
$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{1} & 25 + 9b^2 - 30b; & 9b^2 - 25; & 10x - 10y - 6bx + 6by. \\
 & & & \left[ \text{M.C.D.} = (3b-5); \text{m.c.m.} = 2(3b-5)^2(3b+5)(y-x) \right] \\
 \mathbf{2} & 4a^3 - 4; & 2a^2 + 2a + 2; & a^2x + ax + x. \\
 & & & \left[ \text{M.C.D.} = a^2 + a + 1; \text{m.c.m.} = 4x(a-1)(a^2 + a + 1) \right] \\
 \mathbf{3} & x^4 - 16; & 3x^2 - 2x - 8; & x^3 - 6x^2 + 12x - 8. \\
 & & & \left[ \text{M.C.D.} = x-2; \text{m.c.m.} = (x+2)(x-2)^3(x^2+4)(3x+4) \right] \\
 \mathbf{4} & 81 - x^4; & 2x^2 - 7x + 3; & x^3 - 9x^2 + 27x - 27. \\
 & & & \left[ \text{M.C.D.} = x-3; \text{m.c.m.} = (x+3)(x-3)^3(x^2+9)(2x-1) \right]
 \end{array}$$

## COMPITI GEOMETRIA

Ricordati di studiare le definizioni e i teoremi menzionati nel programma. Svolgi poi i seguenti esercizi:

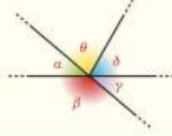
**3** a. Scrivi la definizione di *segmenti consecutivi* e di *segmenti adiacenti*.

b. In riferimento alla seguente figura, individua tutte le coppie di segmenti *adiacenti* e tutte le coppie di segmenti *consecutivi ma non adiacenti*.

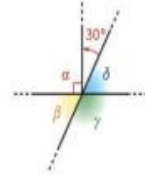


**4** a. Scrivi la definizione di *angoli consecutivi*, *adiacenti* e *opposti al vertice*.

b. Fra gli angoli  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$ , indicati nella seguente figura, individua tutte le coppie di angoli consecutivi, tutte le coppie di angoli adiacenti e tutte le coppie di angoli opposti al vertice.



**49** Fai riferimento alla figura qui sotto, in cui  $\alpha$  è retto, e determina le ampiezze degli angoli  $\alpha, \beta, \gamma$  e  $\delta$ .



**59** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Considera sulla base  $AB$  due punti  $P$  e  $Q$  tali che  $AP \cong QB$ . Dimostra che il triangolo  $PQC$  è isoscele sulla base  $PQ$ .

**60** Dimostra che il triangolo che si ottiene congiungendo i punti medi dei lati di un triangolo isoscele è ancora isoscele.

**61** Dimostra che le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele sono congruenti.

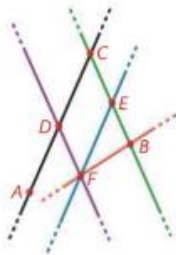
**43** Dato un segmento  $AB$  traccia, da parti opposte rispetto ad  $AB$ , due segmenti congruenti  $AP$  e  $BQ$ , che formino angoli congruenti con  $AB$ . Sul prolungamento di  $AP$ , dalla parte di  $P$ , considera un punto  $R$  e sul prolungamento di  $BQ$ , dalla parte di  $Q$ , un punto  $S$  in modo che  $P\hat{B}R \cong Q\hat{A}S$ . Dimostra che  $AS \cong BR$ .

**112** Due triangoli  $ABC$  e  $ABC'$ , che appartengono a semipiani opposti aventi come origine la retta  $AB$ , sono tali che  $C\hat{A}B \cong A\hat{B}C'$  e  $A\hat{B}C \cong B\hat{A}C'$ . Sia  $M$  il punto di intersezione di  $CC'$  con  $AB$ . Dimostra, nell'ordine, che:

- i triangoli  $ABC$  e  $ABC'$  sono congruenti;
- i triangoli  $ACC'$  e  $BCC'$  sono congruenti;
- i triangoli  $AMC$  e  $BMC'$  sono congruenti;
- $M$  è il punto medio di  $AB$ .

**22** Fai riferimento alla figura qui sotto e rispondi alle seguenti domande.

- Quali rette sono parallele se  $D\hat{F}E \cong F\hat{E}B$ ?
- Quali rette sono parallele se  $A\hat{D}F \cong D\hat{F}E$ ?
- Quali rette sono parallele se  $D\hat{C}E$  e  $C\hat{E}F$  sono supplementari?
- Quali rette sono parallele se  $D\hat{C}E \cong F\hat{E}B$ ?



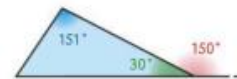
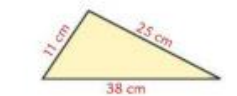
**108** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Considera un punto  $P$ , interno al triangolo  $ABC$ , tale che  $P\hat{A}B \cong P\hat{B}A$ . Dimostra che:

- $AP \cong BP$ ;
- $CP$  è la bisettrice dell'angolo  $A\hat{C}B$ ;
- detti  $D$  ed  $E$  due punti appartenenti rispettivamente a  $BC$  e  $AC$  tali che  $DC \cong EC$ , risulta  $EP \cong DP$ .

**110** Sia  $ABC$  un triangolo isoscele sulla base  $AB$ . Sui due lati  $AC$  e  $BC$ , considera rispettivamente due punti  $P$  e  $Q$  tali che  $CP \cong CQ$ . Traccia quindi le bisettrici degli angoli  $A\hat{P}Q$  e  $B\hat{Q}P$ , indicando con  $R$  il loro punto di intersezione. Dimostra che:

- $PQR$  è isoscele;
- $CR$  è la bisettrice di  $A\hat{C}B$ ;
- $CR$  interseca  $PQ$  nel suo punto medio.

**100** **Figure impossibili.** Ciascuna delle seguenti figure è impossibile. Spiega perché.



**23** Determina le ampiezze di tutti gli angoli formati dalle due rette parallele  $r$  e  $s$ , tagliate dalla trasversale  $t$ .

